

Grafici di funzioni

La stampa del grafico di una funzione è un problema di computer grafica a cui, negli ultimi anni, sono state dedicate molte pagine di software. Vediamone l'applicazione e lo sviluppo sulla stampante della Sharp PC-1211.

Appena uscita sul mercato, la piccola stampante CE-122 della Sharp ha destato subito notevole interesse, per quanto concerne la sua portatilità, ma molti dubbi sono stati sollevati in merito alla sua capacità di stampa. Dobbiamo d'altronde ricordarci che la Sharp PC-1211, nonostante utilizzi il Basic, non è un Personal Computer e la sua stampante, vista in questa ottica, è tecnicamente proporzionata alla macchina con cui deve lavorare. Si tratta perciò di utilizzare, al massimo della loro capacità, 16 colonne di stampa, un cursore non direttamente indirizzabile, un inchiostro pittorescamente color "lilla".

Il problema

Graficare una funzione con l'ausilio del computer si traduce nel fissare un riferimento cartesiano sulla carta della stampante e generare un carattere in una posizione proporzionale al valore della funzione nel punto. Data l'esigua larghezza del rotolo della CE-122, conviene riferire l'asse delle ascisse verticalmente e considerare un incremento della variabile x pari ad uno step di avanzamento carta.

L'escursione massima della variabile y sarà ovviamente data dal numero di colonne di stampa a disposizione meno una, cioè

15. In questo modo, se ad esempio il valore massimo della $y=f(x)$ vale 1, ogni incremento di una colonna corrisponde ad un valore di $1/14=0.071$ unità di y. Si tratta perciò di conoscere più o meno esattamente il valore massimo (o minimo) che potrà assumere la $f(x)$ nell'intervallo di campionamento considerato. L'entità dell'incremento da assegnare ad ogni ciclo alla variabile x dipende dalle particolari necessità dell'operatore. È comunque evidente che, non essendo possibile controllare il valore di un avanzamento rotolo, il passo del

INVIATECI I VOSTRI PROGRAMMI!

Se, qualunque sia la vostra macchina, avete realizzato programmi o routine che ritenete possano interessare altri lettori, inviateceli. Saranno esaminati e, se pubblicati, ricompensati con valutazioni approssimativamente tra le 30 e le 100.000 lire, secondo la complessità, la genialità, l'originalità e la presentazione del materiale e della documentazione (listati, diagrammi, commenti ecc.). Per ragioni organizzative non possiamo impegnarci, salvo eventuali accordi presi prima dell'invio, alla restituzione dei materiali, che resteranno di proprietà della redazione che si impegna a non divulgarli (se non tramite la rivista) senza l'autorizzazione dei rispettivi autori.

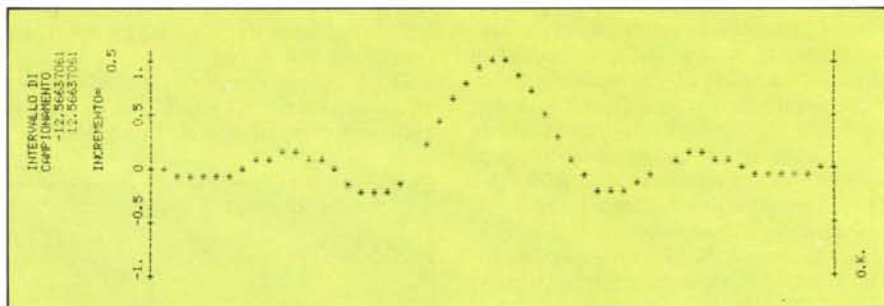


Figura 2 - Grafico completo della funzione Sin x campionata da -4π e 4π con incremento dx pari a 0.5.

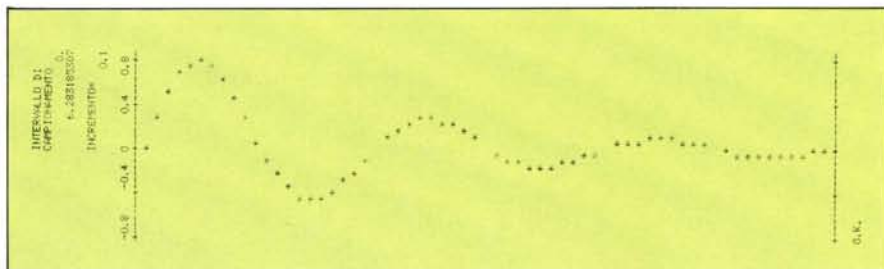


Figura 4 - Grafico completo della funzione $y = e^{-0.5x} \sin x$ campionata da 0 a 2π con incremento dx pari a 0.1.

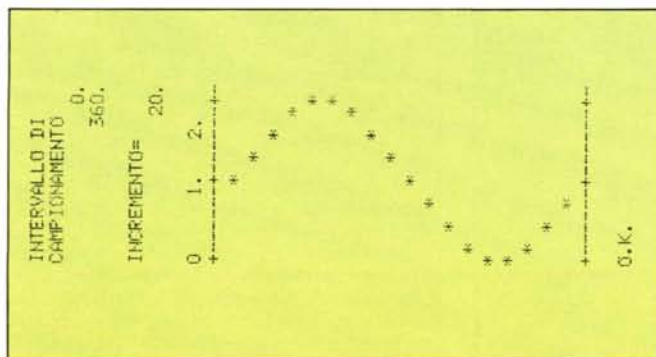


Figura 3 - Esempio di grafico interamente positivo. La funzione impostata alla linea 140 è $Y = \text{SIN } X + 1$. Si tratta perciò di una sinusoide sovrapposta ad una continua di valore 1. La $f(x)$ è campionata da 0 a 360° con incremento dx pari a 20° .

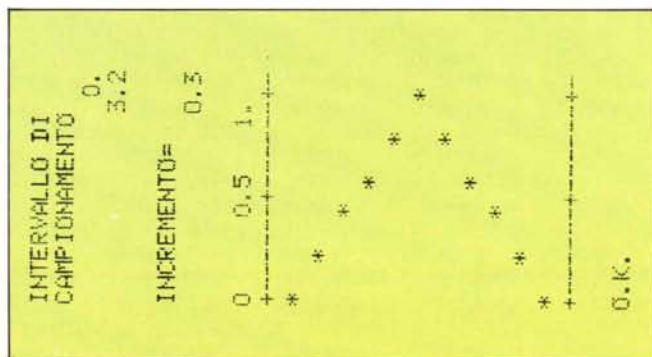


Figura 7 - Andamento della funzione triangolare definita nel testo, campionata da 0 a 3.2 con incremento dx=0.3.

campionamento sulla carta è costante, perciò una riduzione dell'incremento dx corrisponde ad un effetto di "stiramento" della funzione.

Al fine di ottenere un grafico più utilizzabile, si è preferito suddividere la stampa dello stesso in due fasi: f(x) maggiore di zero e f(x) minore di zero. Successivamente si tratterà di porre una sotto l'altra le due strisce di carta, facendo corrispondere fra loro gli assi delle ordinate, per ricostruire l'intera funzione. Se invece si desiderasse oviare a queste operazioni sarà sufficiente, come vedremo, riportare tutta la funzione al di sopra dell'asse delle ascisse.

Il programma

Come si è già intuito, l'esecuzione del programma si divide essenzialmente in due fasi principali: stampa del grafico di f(x) per i valori in cui f(x) è maggiore di zero, e stampa del grafico di f(x) per f(x) minore di zero.

Dopo aver trascritto il programma nella memoria della PC-1211, la f(x) andrà posta

Figura 5 - Tempi necessari per la stampa di alcune funzioni fra le più comuni. Ricordiamo che la gaussiana, in quanto distribuzione di probabilità, è una funzione tutta positiva, e quindi l'elaborazione va arrestata dopo la prima fase di stampa.

Funzione	Intervallo di campionamento	dx	Tempo
$Y = \sin X$	da 0° a 360°	10°	3'30"
$Y = (\sin X)/X$	da -4π a 4π	0.5	5'
$Y = \text{gaussiana}$	da 0 a 10	0.5	1'16"
$Y = e^{-0.5x} \sin x$	da 0 a 2π	0.1	6'30"

nella linea 140 sotto la forma 140:Y=... tenendo ovviamente presente che la variabile indipendente risiede nella cella di memoria X. Dopodiché il computer andrà posto nel DEF mode in quanto la partenza dell'elaborazione avviene dalla label "X" premendo SHIFT X.

Il visualizzatore chiederà immediatamente di impostare il massimo valore di y (positivo) con la scritta MAX(Y) = ponendolo quindi nella memoria M. A questo punto la stampante inizierà a girare chiedendo come input l'intervallo di campio-

namento e l'incremento dx. Subito dopo la stampa dell'asse y, con i tre valori 0, M/2 e M, il programma entrerà nel loop di campionamento. Dal flow-chart si possono evidenziare i successivi passi seguiti dal computer per ricavare l'entità dello spostamento del cursore. Dato che quest'ultimo non è direttamente controllabile, bisognerà stampare, prima del carattere di campionamento, tanti spazi vuoti proporzionali al valore intero arrotondato di f(x). Ciò viene effettuato valutando tale valore ed assegnando alla stringa B\$ i caratteri specificati dalle subroutine 10, 20... 70. La

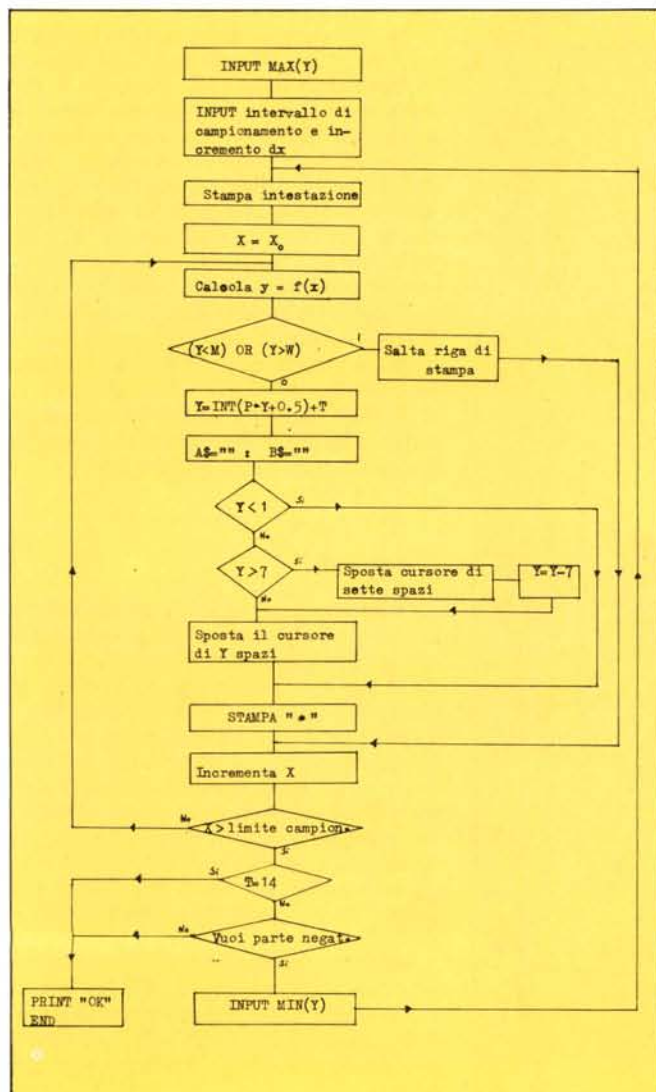


Figura 1 - Flow chart

```

10: B$=" ": GOTO 230
RETURN 170: Y=INT (P*Y+.
20: B$=" ": S)+T
RETURN 180: A$=" ": B$=""
30: B$=" ": RETURN 190: IF Y<1 THEN 2
RETURN 20
40: B$=" ": RETURN 200: IF Y>7 LET A$
=" " : Y
50: B$=" ": =Y-7
RETURN 210: GOSUB 10*Y
60: B$=" ": RETURN 220: PRINT A$;B$;
RETURN "*"
70: B$=" " : RETURN 230: X=X+E
: RETURN 235: IF X<D THEN 1
40
80: "X": INPUT "M 240: PRINT "+-----
AX(Y)=";M:P= 14/M:W=0:T=0 :IF T=14 THEN
90: PRINT "INTER 310
VALLO DI": PRINT "CAMPI
ONAMENTO": INPUT C;D 250: INPUT "VUOI
?C<N>";O$
100: PRINT C;D: 260: IF O$="S"
PRINT " ": THEN "Z"
PRINT "INCRE 270: IF O$="N"
MENTO=": THEN 310
INPUT E: 280: GOTO 250
PRINT E 290: "Z": INPUT "M
110: PRINT " ": N= IN(Y)=";W=M=
M/2 0:P=ABS (<14/
120: PRINT "O"; " W):T=14
";N; " 300: PRINT " ";
";M ":N=W/2:
130: PRINT "+----- PRINT W;
-----" ":N:GOTO 13
0
135: X=0 310: PRINT " ":
140: Y=SIN X PRINT "O.K."
150: IF (Y<W)+(Y >END
M)>PRINT " ":
    
```

Figura 6 - Listing del programma "GRAFICI DI FUNZIONI". La linea 140, attualmente occupata dalla funzione Y= SIN X, è la linea in cui va posta la funzione da graficare.

stringa A\$ può assumere solo il valore "(sette spazi)" quando Y è maggiore di 7.

Quando viene incontrato un valore di f(x) minore di W (MIN(Y)) o maggiore di M (MAX(Y)), il programma salta una riga di stampa, lasciandola in bianco. Ciò ov-

viamente per permettere il successivo montaggio delle strisce. Questa operazione viene effettuata alla linea 150 mediante un OR. La funzione OR, seppur non esplicitamente dichiarabile, può essere assegnata nella seguente forma:

Qualcosa in più sulla PC-1211

La filosofia con cui è stata progettata e costruita la PC-1211 è fondata, come si nota immediatamente, sull'utilizzazione di tutti gli spazi liberi, compreso ovviamente ogni bit di memoria. È per questo motivo che, in uno dei chip di memoria del display, dopo i registri riservati allo stack e alla "reserve memory" sono state inserite le memorie W, X, Y, e Z, nel piccolo spazio che era rimasto a disposizione nel circuito. Le altre memorie sono disposte su altri due circuiti integrati. A questo punto, dato che il pointer per l'istruzione FOR...NEXT si trova sul primo chip (insieme alle memorie W, X, Y e Z) l'esecuzione di un loop sarà più rapida se usiamo una di queste variabili, anziché andare a cercare la variabile A, B... V su un altro chip di memoria.

La seguente routine:

```
10: FOR W=1 TO 20
20: A(W+1)=1
30: NEXT W
```

è circa il 27% più veloce di quest'altra, apparentemente equivalente:

```
10: FOR A=1 TO 20
20: A(A+1)=1
30: NEXT A
```

Un'altra caratteristica importante della PC-1211, non sufficientemente illustrata nel manuale, riguarda gli operatori di confronto. Sappiamo che il risultato di un confronto (>, <, =, <>, <=, >=) vale 1 se il confronto è verificato e vale 0 nel caso opposto; l'istruzione IF (espressione) THEN considera l'espressione fra parentesi "vera" se essa assume un valore maggiore di 0, falsa se minore o uguale a zero. Impostando nel modo RUN l'espressione: A > C, sul display apparirà 1 se è verificato il confronto, e così per tutti gli altri operatori. Una certa attenzione va posta sull'operatore =. Scrivendo infatti A=X, la PC-1211 la interpreta come l'istruzione: LET A=X ed assegnerà alla variabile A, il valore della variabile X. Per specificare che l'operazione che si vuole eseguire è un confronto, bisognerà chiudere fra parentesi l'espressione: (A=X): se il contenuto della memoria A è lo stesso di quello della memoria X, il computer fornirà il risultato 1.

A questo punto è chiaro il significato dell'espressione:

```
10: X=A=B
```

La variabile X assumerà il valore 0 se A è diverso da B, e assumerà il valore 1 se A è uguale a B. Vediamo un esempio con la seguente routine:

```
5: FOR W=1 TO 10
10 R = (R+PI)^.5: R=R-INT R
15 A = A+(R>0.3) * (R<0.5)
20 NEXT W
25 PRINT A
```

La linea 10 rappresenta un generatore di numeri casuali compresi fra 0 e 1; la linea 15 calcola la seguente funzione: A conta quanti numeri casuali sono stati generati nell'intervallo aperto $0.3 < 0.5$. L'uso della variabile W è stato scelto in base a quanto detto in precedenza. Perciò, azzerando la cella di memoria A, ed assegnando ad R un numero qualsiasi compreso fra 0 e 1, il programma stampa quanti numeri casuali sono stati generati nell'intervallo $0.3 < 0.5$ su 10 tentativi.

Ma uno degli impieghi più interessanti di questa caratteristica della PC-1211 è la possibilità di definire funzioni con uno o più punti di discontinuità. Ciò allarga l'impiego del programma "GRAFICI DI FUNZIONI" ad una classe più estesa di funzioni. Ad esempio, si voglia graficare l'andamento della funzione:

$$Y = \begin{cases} \frac{2x}{3} & \text{per } 0 < x \leq 1.5 \\ 3 & \\ \frac{2}{3}(3-x) & \text{per } 1.5 < x < 3 \end{cases}$$

Si tratta evidentemente di una forma d'onda triangolare. Ebbene il problema si traduce in BASIC nel seguente modo: si dovrà fare, per ognuna delle due parti di y, l'AND sulla variabile x rispettando l'intervallo di definizione, e poi unire le due funzioni con un OR. Cioè alla linea 140 del programma, bisognerà scrivere:

```
140: Y=2X/3*(X>0)*(X<=1.5)+2/3*(3-X)*(X>1.5)*(X<3)
```

In figura 7 è rappresentato l'andamento di questa funzione.

F.M.

IF (espressione) + (espressione) THEN...

Analogamente per la funzione AND:

IF (espressione)*(espressione) THEN...

Questo, ovviamente, in quanto l'OR realizza la somma logica e l'AND il prodotto logico. Al termine della prima fase di stampa, il computer, attraverso il display, chiederà se è richiesta la stampa della parte di f(x) al disotto dell'asse delle ascisse. In caso di risposta affermativa, inizierà la seconda routine di stampa con la richiesta del valore MIN(Y). A questo punto occorrerà porre un po' d'attenzione sui fattori di scala: se interessa avere il "vero" andamento della funzione, bisognerà assegnare a MIN(Y) il valore simmetrico a MAX(Y), cioè MIN(Y) = -MAX(Y). Se invece si desidera, ad esempio, espandere la parte negativa, MIN(Y) potrà essere anche minore di MAX(Y), purché se ne tenga conto nella valutazione finale della funzione.

L'elaborazione prosegue con la stampa di f(x) minore di zero, mantenendo ovviamente inalterati sia l'intervallo di campionamento, che l'incremento dx. Giunti alla linea 240, il test sulla variabile T fa saltare l'esecuzione alla linea 310, stampando "OK" e fermando l'elaborazione.

Naturalmente, se la funzione in oggetto è tutta positiva sarà sufficiente, alla richiesta di input della linea 250, impostare N per effettuare il by-pass della seconda routine di stampa. In particolare, se non si desidera effettuare l'operazione di "montaggio" delle due strisce, è possibile rendere tutta positiva la funzione, sovrapponendo ad essa una costante pari in modulo al minimo negativo della funzione stessa; bisognerà comunque tenerne conto anche sull'input di MAX(Y). Vediamo un esempio (figura 3): volendo graficare l'andamento di $y = \sin x$ tutto nella prima fase di stampa, è sufficiente, alla linea 140, scrivere $Y = \sin X + 1$ ed alla richiesta di MAX(Y) impostare 2 anziché 1. In questo modo la sinusoide avrà valore medio pari a 1 e oscillerà fra 0 e 2 anziché fra -1 e 1.

Conclusioni

Questo programma non ha grandi velleità scientifiche in quanto non sono possibili misurazioni precise sulla funzione. Il suo compito è quello di dare un'idea sull'andamento di una f(x) in un certo intervallo ed in particolare di mettere in evidenza le capacità grafiche della CE-122. Il programma potrebbe essere arricchito da ulteriori routine "accessorie" quali per esempio la stampa del massimo e del minimo di f(x) nell'intervallo, la stampa dei valori degli zeri di f(x), la stampa del valore della derivata di f(x) in un punto (calcolata con l'ausilio dei campioni a disposizione), e così via.

Invitiamo perciò i lettori ad inviarci le loro proposte per ulteriori sviluppi del programma. In figura 5 sono elencati i tempi di calcolo impiegati dalla Sharp PC-1211 per il grafico completo di alcune fra le funzioni più comuni.

Fabio Marzocca



COMPUTER COMPANY_{sas}

ELABORATORI ELETTRONICI

DIREZIONE GENERALE PER L'ITALIA
VIA S. GIACOMO, 32 - 80133 NAPOLI - TEL. (081) 310487 - 324786

Il ns centro leasing Vi permette di acquistare il Vs elaboratore a tassi
incredibilmente bassi e con rate di sole 230.000 mensili



COMPUTER COMPANY PRESENTA IL TIN 200:

- | | | |
|-----------------|--|---|
| Monitor: | Schermo da 12 pollici a fosfori verdi
filtro antiriflesso
1920 caratteri utente (24 righe da 80 caratteri)
matrice 7 x 9
tastiera da 77 tasti di tipo capacitivo
segnalatore acustico | 1 linea seriale RS 232 C
2 Timer
3 CPU (1 Master + 2 Slave per gestire monitor e floppy)
accesso in DMA per i processori slave |
| Unità Centrale | 64 K RAM di memoria centrale
48 linee I/O parallele | 2 drives da 8 pollici doppia faccia/doppia densità
capacità totale di 500.000 bytes fino a 2 M bytes
Unità a dischi rigidi per ampliare la memoria di massa fino a 40 M bytes |
| Unità floppy | | |
| Unità Hard disk | | |

Il sistema è espandibile e costituito da 1 Unità Centrale che può essere dotata di 4 posti di lavoro autonomi, ciascuno con 64 K RAM. Sistema operativo CP/M, linguaggi Basic, Cobol, Fortran IV e Pascal.